
SEZIONE A

INSIEMI E NUMERI

Capitolo 1 Insiemi

Capitolo 2 Numeri naturali

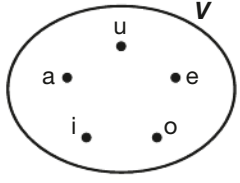
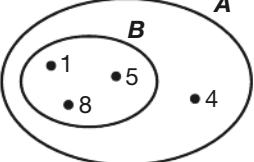
Capitolo 3 Numeri interi

Capitolo 4 Numeri razionali e numeri reali

Te lo ricordi ancora?

INSIEMI

1 Che cos'è un insieme?

<p>Elencazione</p> <p>$V = \{a, e, i, o, u\}$</p> <p>insieme → elemento</p>	<p>Proprietà caratteristica</p> <p>«tale che»</p> <p>$V = \{x \mid x \text{ è una vocale}\}$</p>	<p>Diagramma di Venn</p> 
	<p>Sottoinsieme</p> <p>$B \subseteq A$</p> <p>$1, 5, 8 \in A$</p>	<p>Sottoinsieme proprio</p> <p>$B \subset A$</p> <p>$B \subseteq A, 4 \in A \text{ e } 4 \notin B$</p>

Un **insieme** è un raggruppamento di oggetti, descritto per elencazione o con la proprietà caratteristica o mediante diagramma di Venn. Ognuno di questi oggetti è un **elemento** dell'insieme e diciamo che **appartiene** all'insieme.

In simboli: \in significa «appartiene», \notin significa «non appartiene».

Un insieme deve essere **ben definito**, cioè deve essere sempre possibile dire se un oggetto appartiene o non appartiene all'insieme.

Con \emptyset indichiamo l'**insieme vuoto**, cioè l'insieme che non ha elementi.

Se ogni elemento dell'insieme B appartiene all'insieme A , diciamo che B è **sottoinsieme** di A . In simboli: $B \subseteq A$.

Se c'è almeno un elemento di A che non appartiene a B , diciamo che B è un **sottoinsieme proprio**. In simboli: $B \subset A$.

Ogni insieme è sottoinsieme di se stesso, l'insieme vuoto è sottoinsieme di tutti gli insiemi: $A \subseteq A$, $\emptyset \subseteq A$, con A qualsiasi.

PROVA SUBITO Associa ogni insieme a un suo sottoinsieme.

a. $\{1, 2, 3, 4\}$ **b.** $\{3, 7, 15\}$ **c.** $\{2, 7, 13, 15\}$ **d.** $\{8, 9, 10\}$

1. $\{8\}$ **2.** $\{3, 15\}$ **3.** $\{1, 2\}$ **4.** $\{2, 15\}$

Descrivilvi mediante quattro diagrammi di Venn.

Esercizi

Definizione di insieme

1

Vero o falso? Costituiscono un insieme:

•○

- a. i numeri di telefono dei tuoi compagni di classe.
- b. gli alberi più alti del giardino.
- c. i giocatori della NBA alti più di 220 cm.
- d. i film più belli dell'anno.



2

Trova l'errore. Quali fra le seguenti scritture *non* sono formalmente corrette?

•○

- | | | |
|----------------------|-----------------------------------|-------------------------|
| $3 \in \mathbb{N}$ | $4 \in \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ | $2 \in 523$ |
| $k \in \{k\}$ | lettera $\in \{l, e, t, r, a\}$ | $\{3, 5\} \in 3$ |
| $5 \notin \emptyset$ | $\{a, e, r, o\} \in \text{aereo}$ | $\{2\} \notin \{3, 5\}$ |



3 e k sono elementi; $\{3\}$ e $\{k\}$ sono insiemi.

Rappresentazione degli insiemi

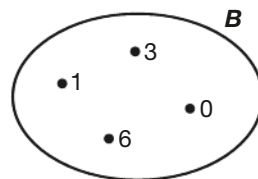
3

ESERCIZIO GUIDA

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola «insieme»}\}$$

A è rappresentato per elencazione, B con diagramma di Venn e C mediante proprietà caratteristica. **Rappresentiamo** ognuno dei tre insiemi negli altri due modi possibili.



Come si risolve

Elencazione

Proprietà caratteristica

x indica un elemento generico

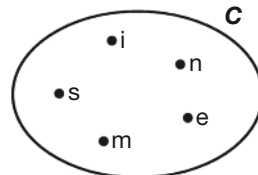
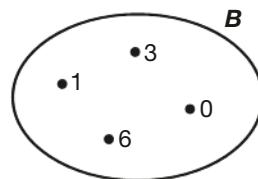
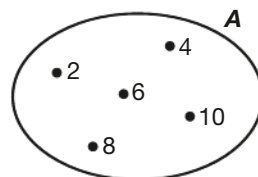
$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\} \quad A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è pari e } 0 < x \leq 10\}$$

$$B = \{0, 1, 3, 6\} \quad B = \{x \mid x \text{ è una cifra del numero } 6013\}$$

$$C = \{i, n, s, e, m\} \quad C = \{x \mid x \text{ è lettera della parola «insieme»}\}$$

ogni elemento deve comparire una sola volta

Diagramma di Venn



4

Rappresenta mediante proprietà caratteristica:

•○

- a. un insieme finito, i cui elementi non sono numeri;
- b. un insieme infinito, i cui elementi sono numeri;
- c. l'insieme dei numeri naturali minori di 5.

5 **Rappresenta** per elencazione gli insiemi:

- a. $A = \{x \mid x \text{ è un multiplo di } 5 \text{ e } x < 25\}$;
 b. $B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola «penna»}\}$.

6 **Rappresenta** mediante proprietà caratteristica gli insiemi:

- a. $A = \{\text{blu, giallo, rosso}\}$;
 b. $B = \{\text{Africa, America, Asia, Europa, Oceania}\}$;
 c. $C = \{\text{primavera, estate, autunno, inverno}\}$;
 d. $D = \{\text{fante, cavallo, re}\}$.



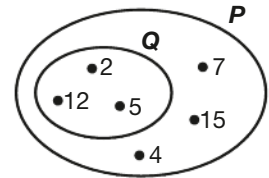
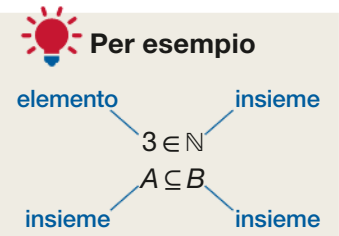
7 **Rappresenta** i seguenti insiemi in tutti i modi possibili:

- a. l'insieme delle cifre del numero 1758;
 b. l'insieme dei numeri dispari minori di 8;
 c. l'insieme delle consonanti della parola «partita».

Sottoinsiemi

8 **Completa** con i simboli \in , \notin , \subseteq , \subset , $\not\subseteq$ osservando il diagramma di Venn.

- a. $5 \in P$; $Q \subseteq P$; $\emptyset \subseteq P$.
 b. $15 \subseteq P$; $P \subseteq Q$; $\{4\} \subseteq Q$.
 c. $7 \subseteq Q$; $Q \subseteq \emptyset$; $\{2, 5, 12\} \subseteq Q$.
 d. $\{2\} \subseteq Q$; $P \subseteq P$; $\{7, 4\} \subseteq Q$.



9 **Associa** ogni frase alla corrispondente espressione simbolica.

- a. A è sottoinsieme proprio di B . **1.** $B \subseteq A$
 b. B è sottoinsieme di A . **2.** $A \not\subseteq B$
 c. A è incluso in B . **3.** $B \subset A$
 d. A non è sottoinsieme proprio di B . **4.** $A \subseteq B$
 e. B è incluso strettamente in A . **5.** $A \subset B$

10 **Rappresenta** con diagramma di Venn gli insiemi:

- a. $A = \{-2, 3, 5, 7, 8\}$; b. $B = \{-1, 3, 7\}$; c. $C = \{3, 7\}$.

Gli insiemi B e C sono sottoinsiemi di A ? C è sottoinsieme di B ?

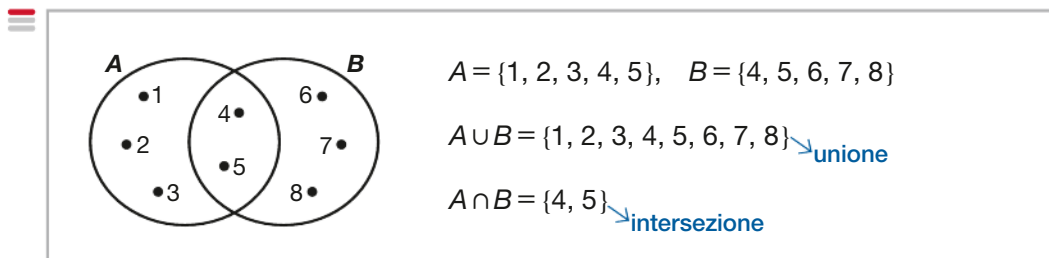
Stabilisci se gli insiemi A , B e C sono sottoinsiemi dell'insieme H e, in caso affermativo, specifica se propri o impropri.

- 11** $A = \{10, 2, 6, 8, 4, 0\}$;
 $B = \{0, 10, 12\}$;
 $C = \{2, 6, 10\}$;
 $H = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$.

- 12** $A = \emptyset$;
 $B = \{c, h, i\}$;
 $C = \{a, e, i, o, u\}$;
 $H = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$.

2 Operazioni con gli insiemi

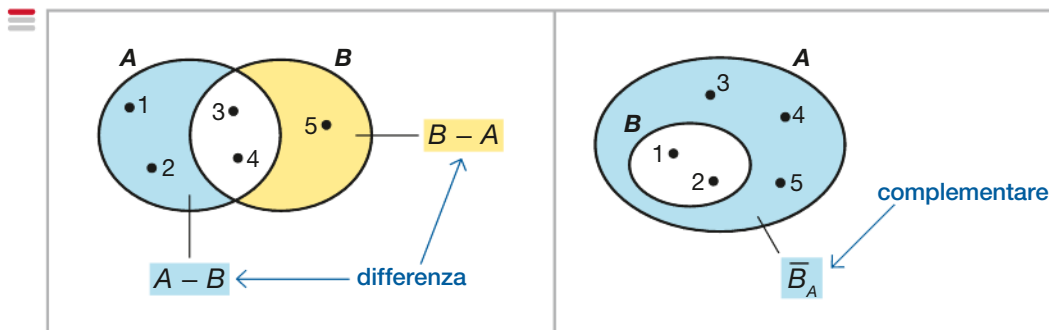
Unione e intersezione



Dati gli insiemi A e B , l'**unione** $A \cup B$ è l'insieme degli elementi che appartengono ad A o a B , l'**intersezione** $A \cap B$ è l'insieme degli elementi che appartengono ad A e a B .

PROVA SUBITO Scrivi unione e intersezione di $A = \{a, b, c, d, e\}$ e $B = \{a, e, i, o, u\}$.

Differenza e complementare

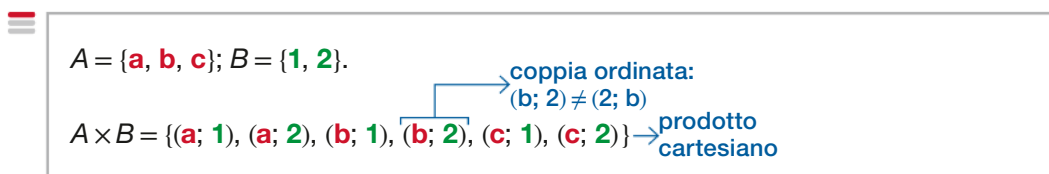


La **differenza** di due insiemi A e B è l'insieme $A - B$ degli elementi di A che **non** appartengono a B .

Se $B \subseteq A$, $A - B = \bar{B}_A$ è l'insieme **complementare** di B rispetto ad A .

PROVA SUBITO Se $A = \{5, 10, 8, 20\}$ e $B = \{15, 20\}$, determina $A - B$ e $B - A$.

Prodotto cartesiano



Il **prodotto cartesiano** di due insiemi A e B è l'insieme delle coppie ordinate $(a; b)$, dove a è un elemento di A e b è un elemento di B .

PROVA SUBITO Scrivi i prodotti cartesiani $A \times B$ e $B \times A$ degli insiemi:

$A = \{\text{italiano, matematica, inglese}\}$; $B = \{\text{Matteo, Luca}\}$.

$A \times B$ e $B \times A$ sono uguali? Hanno lo stesso numero di elementi?

Esercizi

Unione e intersezione

13 **Completa** le tabelle se $A = \{6, 9, 12\}$, $B = \{6, 12\}$ e $C = \{4, 9\}$.

U	A	B	C	\emptyset
A	A	A		
B				
C				
\emptyset				


\cap	A	B	C	\emptyset
A	A		{9}	
B				
C				
\emptyset				

14 **Vero o falso?**

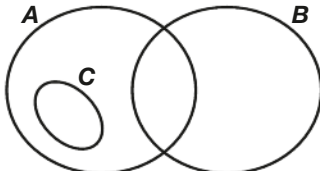
- a. $A \cap \emptyset = \emptyset$ V F b. $(A \cap \emptyset) \cup \emptyset = A$ V F c. $A \cap A = A \cup \emptyset$ V F

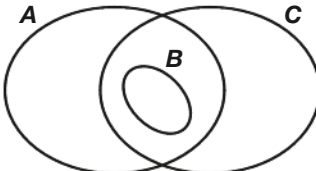
15 **Completa** inserendo i simboli $\cap, \cup, \subseteq, \subset$.

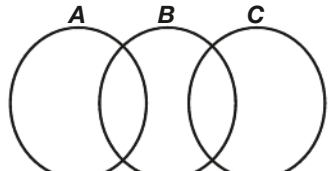
- a. Se $A \subset B$, allora $A \cup B = B$ e $A \cap B = A$.
 b. Se A e B sono due insiemi disgiunti, allora $A \cap B = \emptyset$ e $A \cup B = A \cup B$.
 c. Per ogni insieme A e B, con $A \neq B$, vale:
 $A \cap B \subset A$; $A \cap B \subset B$;
 $A \subset A \cup B$; $B \subset A \cup B$.

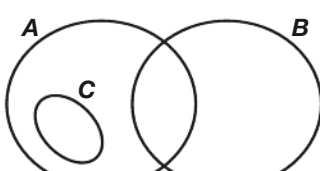
 Aiutati disegnando dei diagrammi di Venn con le caratteristiche indicate.

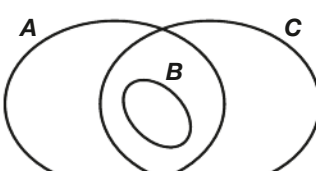
Colora in ognuno dei seguenti diagrammi di Venn gli insiemi indicati.

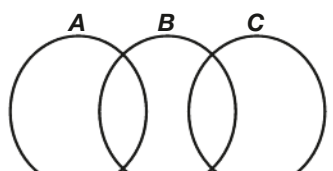
16 
 a. $(A \cap C) \cup (B \cap A)$


 b. $(A \cup B) \cap C$


 c. $(A \cup C) \cap B$

17 
 a. $A \cap (C \cup B)$


 b. $(A \cap C) \cap B$


 c. $(B \cup C) \cap A$

Determina l'unione e l'intersezione delle seguenti coppie di insiemi; rappresentale mediante proprietà caratteristica, per elencazione e con diagramma di Venn.

18 $P = \{x \mid x \text{ è pari e } 8 < x < 13\}$; $Q = \{x \mid 8 \leq x \leq 12\}$.

- 19 $A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola «classe»}\};$
 $B = \{x \mid x \text{ è una lettera doppia della parola «classe»}\}.$

Differenza e complementare

20 **Completa** la tabella.

A	{7, 12, 5}	{1, 3, 6}	{1, 2, 3}	{5, 10, 3}
B	{7, 13}	{1, 6}	{5, 6, 7}	{3, 5, 10}
A - B	{12, 5}			
B - A				

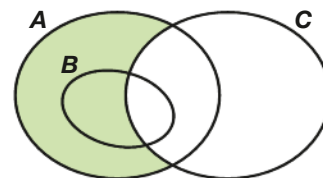
21 **Vero o falso?**

- a. \bar{B}_A è l'insieme complementare di A rispetto a B.
 b. \bar{P}_Q è definito se $P \subseteq Q$.
 c. $\bar{\bar{A}}_A = A$.
 d. $\bar{\bar{B}}_B = B - A$.

V	F
V	F
V	F
V	F

22 **Test.** Quale fra le seguenti espressioni rappresenta la parte colorata?

- A $(C - A) \cup (A \cap B)$
 B $\bar{B}_A \cup (C - A)$
 C $\bar{C}_A \cup B$
 D $B \cup \bar{A}_C$



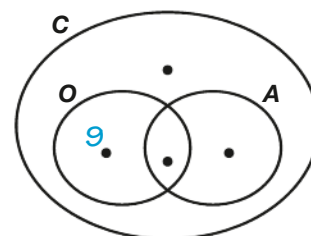
23 Considera gli insiemi $A = \{2, 4, 9, 13\}$, $B = \{9, 4\}$, $C = \{13, 5, 7, 4\}$.

Verifica le seguenti uguaglianze scrivendo gli insiemi per elencazione e rappresentandoli con i diagrammi di Venn.

- a. $(A \cap C) \cup (A \cap B) = B \cup (C \cap A)$
 b. $[(A - B) \cup C] \cap B = C \cap B$
 c. $\bar{B}_A \cap C = (A \cap C) - B$

Risolvi i seguenti problemi.

24 **Insiemi a scuola** In una classe ci sono 27 alunni di cui 12 portano gli occhiali, 7 l'apparecchio ai denti e 3 sia gli occhiali sia l'apparecchio. Quanti ragazzi della classe non portano né gli occhiali né l'apparecchio? Quanti hanno gli occhiali o l'apparecchio? Rispondi dopo aver completato il diagramma di Venn in modo opportuno. [11; 16]



25 **Gite** In un gruppo di 18 amici, 12 hanno già visitato Venezia e 14 Firenze. Quanti sono stati sia a Venezia sia a Firenze? Quanti sono stati solo a Venezia? [8; 4]

■ Prodotto cartesiano

26 ESERCIZIO GUIDA

Dati gli insiemi $A = \{1, 3, 6\}$ e $B = \{4, 6\}$, **rappresentiamo** $A \times B$ e $B \times A$ per elencazione e mediante un diagramma cartesiano.

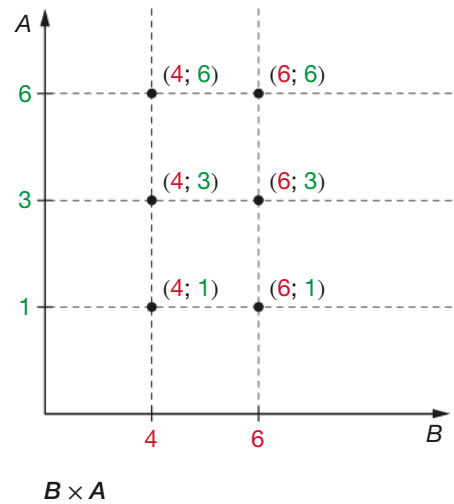
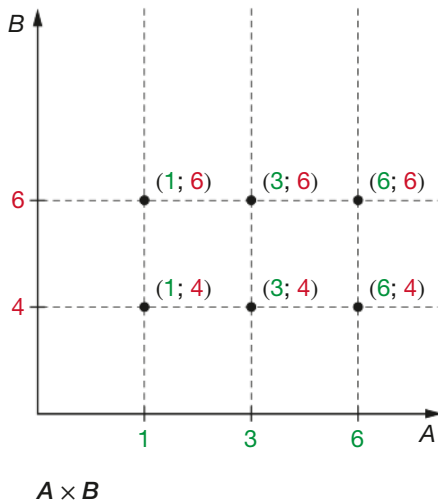
Come si risolve

Il prodotto cartesiano $A \times B$ è l'insieme di tutte le coppie ordinate con il primo elemento che appartiene ad A e il secondo che appartiene a B :

$$A \times B = \{(1; 4), (1; 6), (3; 4), (3; 6), (6; 4), (6; 6)\}.$$

Analogamente, otteniamo:

$$B \times A = \{(4; 1), (4; 3), (4; 6), (6; 1), (6; 3), (6; 6)\}.$$



Per ogni coppia di insiemi A e B , **rappresenta** $A \times B$ e $B \times A$ per elencazione e con diagramma cartesiano.

27 $A = \{4, 9\}; B = \{3\}$.

29 $A = \{4, 7, 10\}; B = \{3, 5\}$.

28 $A = B = \{2, 3, 4\}$.

30 $A = \{1\}; B = \{3, 4, 5\}$.

Per ogni coppia di insiemi A e B , **rappresenta** $A \times A$, $B \times B$, $A \times B$ e $B \times A$ per elencazione e con diagramma cartesiano.

31 $A = \{k, t\}; B = \{0, 1\}$.

32 $A = \{2, 4, 6\}; B = \{x, y\}$.

Considera gli insiemi $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, e\}$, $C = \{1, 2\}$, e **determina** i seguenti insiemi.

33 $(A \times C) \cap (B \times C); C \times (A \cup B)$.

34 $(A \times B) \cup (B \times A); (B \cup A) \times C$.

35 I due premi per i vincitori di una lotteria sono sorteggiati da due differenti liste.

1. Cotechino

1. 10 kg di cozze

2. 1 kg di prosciutto

2. 50 ostriche

3. 1 kg di mortadella

Quante e quali sono le possibili coppie di premi?

ESERCIZI DI RIEPILOGO INSIEMI

Rappresenta i seguenti insiemi nei tre modi possibili.

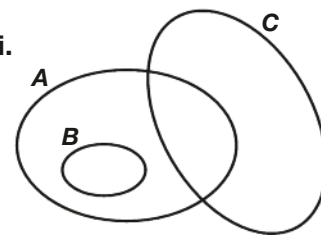
- 1** L'insieme dei divisori di 18. **3** L'insieme dei multipli di 4 minori di 25.
2 L'insieme delle lettere della parola «crescere».

4 **Vero o falso?** Dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è pari e } 4 \leq x \leq 10\}$, si ha:

- a.** $\{6\} \in A$. **V** **F** **c.** $5 \notin A$. **V** **F** **e.** $\emptyset \in A$. **V** **F**
b. $\{6\} \subseteq A$. **V** **F** **d.** $4 \subset A$. **V** **F** **f.** $\{4, 6, 8\} \subset A$. **V** **F**

Dopo aver ricopiato più volte la figura, colora i seguenti insiemi.

- 5** $A \cap B$; $B \cup C$; $(A \cup B) \cap C$.
6 $(C \cap A) \cup B$; $C - A$; $(A \cup C) - B$.



Se $A = \{x \mid x \text{ è una lettera di «foglio»}\}$, $B = \{x \mid x \text{ è una lettera di «carta»}\}$ e $C = \{x \mid x \text{ è una lettera di «libro»}\}$, determina i seguenti insiemi.

- 7** $(A \cap C) \cup B$. **8** $C \cap (A \cup B)$. **9** $(A \cup C) \cap B$. **10** $(A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Rappresenta per elencazione e con un diagramma cartesiano $A \times A$, $B \times B$, $A \times B$, $B \times A$.

- 11** $A = \{a, b\}$; $B = \{c, d\}$. **12** $A = \{1, 2\}$; $B = \{x, y, z\}$.

Determina $A - B$ e $B - A$ con i seguenti insiemi.

- 13** $A = \{1, 3, 5, 7\}$; $B = \{3, 7\}$. **14** $A = \{0, 10, 20, 40, 50\}$; $B = \{20, 30, 60, 70\}$.

Dato l'insieme $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e gli insiemi $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, determina e rappresenta con i diagrammi di Venn i seguenti insiemi, dove i complementari di A e B sono rispetto a U .

- 15** \bar{A} ; $\bar{A} \cap B$; $A \cup \bar{B}$; $\bar{B} - A$. **16** $(B - A) \cup \bar{B}$; $(A \cap B) \times \bar{A}$; $(A \cap \bar{B}) \cup B$.

- 17** **Tecnologia** In una classe di 20 studenti, 16 possiedono un tablet e 11 un computer portatile. Sapendo che gli studenti che hanno il tablet ma non il portatile sono 9, quanti sono quelli che hanno solo il portatile? [4]
18 **Tempo libero** In un gruppo di 6 amici, 4 praticano uno sport e 3 vanno in palestra. Ognuno compie una delle due attività. Quanti praticano uno sport e vanno in palestra? [1]
19 **A tutta musica** In 1ª D, 12 studenti ascoltano musica rock, 8 ascoltano hip-hop, 2 ascoltano entrambi i generi. Sapendo che 6 studenti non ascoltano né rock né hip-hop, quanti sono gli studenti della 1ª D? [24]
20 **Strumento o solfeggio** In una scuola di musica ci sono 90 iscritti. Di questi, 64 sono iscritti solo al corso di strumento e 6 solo a quello di solfeggio. Quanti sono gli iscritti a entrambi i corsi? [20]